

Nicolae Ion POMETESCU

Nicolae Ion POMETESCU

**Introducere în teoria instabilităților
MHD
în plasma de fuziune**



**EDITURA UNIVERSITARIA
Craiova, 2018**

Referenți științifici:

Prof.univ.dr. Eugen-Mihăiță CIOROIANU

Prof.univ.dr. Gyorgy STEINBRECHER

Copyright © 2018 Editura Universitaria

Toate drepturile sunt rezervate Editurii Universitaria.

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României

POMETESCU, NICOLAE ION

Introducere în teoria instabilităților MHD în plasma de fuziune / Nicolae Ion Pometescu. - Craiova : Universitaria, 2018

Conține bibliografie

ISBN 978-606-14-1445-1

53

© 2018 by Editura Universitaria

Această carte este protejată prin copyright. Reproducerea integrală sau parțială, multiplicarea prin orice mijloace și sub orice formă, cum ar fi xeroxarea, scanarea, transpunerea în format electronic sau audio, punerea la dispoziția publică, inclusiv prin internet sau prin rețelele de calculatoare, stocarea permanentă sau temporară pe dispozitive sau sisteme cu posibilitatea recuperării informațiilor, cu scop comercial sau gratuit, precum și alte fapte similare săvârșite fără permisiunea scrisă a deținătorului copyrightului reprezintă o încălcare a legislației cu privire la protecția proprietății intelectuale și se pedepsesc penal și/sau civil în conformitate cu legile în vigoare.

Prefață

Scopul cărții de față este de a oferi cititorului român un material *introductiv* în domeniul instabilităților de tip MHD (Magneto-Hidro-Dinamic) din plasma de fuziune dintr-o instalație de tip tokamak. Modelul MHD prezentat aici este un model unifluid pentru determinarea echilibrului macroscopic și proprietăților de stabilitate ale unei plasmă. Modelul descrie cum interacționează forțele magnetice, forțele de presiune și cele inerțiale cu plasma conductoare într-o geometrie magnetică arbitrară.

În cartea de față se va face referire cu precădere la dispozitivul de tip tokamak toroidal, dar geometria toroidală introduce complicații mari în rezolvarea ecuațiilor. Pentru o cât mai bună înțelegere a fenomenelor vom analiza ecuațiile magnetohidrodinamice în geometrii mai simple, precum geometria cilindrică. Această geometrie servește apoi ca aproximație pentru cea toroidală simetrică cu secțiune circulară și raport de aspect mare. Componentele câmpului magnetic și ale densității de curent precum și definirea principalilor parametri de plasmă sunt exprimate totuși și în sisteme de coordonate curbilinii generale. Noțiunile de bază referitoare la sistemele de coordonate curbilinii, precum și relații generale de calcul sunt prezentate la sfârșitul cărții în Anexă.

Obiectivul de bază avut în vedere aici a fost acela de a prezenta cât mai clar și detaliat noțiunile de bază pentru un studiu ulterior mai aprofundat al instabilităților MHD. Din acest motiv calculele au fost prezentate în detaliu fie în cuprinsul textului, fie ca probleme rezolvate.

Autorul mulțumește domnului profesor Steinbrecher György pentru îndelungata colaborare din cadrul contractelor pe tema fenomenelor din plasma de fuziune precum și pentru observațiile făcute pe parcursul redactării acestei lucrări. De asemenea, mulțumesc anticipat celor care vor avea răbdarea de a citi această lucrare și vor trimite observațiilor lor pe adresa npomet@yahoo.com.

N. I. Pometescu
Craiova, 2018

Introducere

Obținerea de energie prin reacții de fuziune nucleară controlată este un obiectiv pe care lumea științifică îl urmărește încă din primii ani de după cel de-al doilea război mondial. Problemele ridicate de crearea și menținerea condițiilor pentru producerea reacțiilor nucleare de fuziune sunt foarte mari, încât prin anii '70 din sec XX se formase opinia că este imposibilă realizarea unui reactor termonuclear de fuziune.

Progresele din domeniul plasmei de fuziune care au apărut prin anii '80 au relansat însă optimismul și astfel, în 1985 a fost lansată ideea creării unui mare proiect experimental internațional pentru obținerea energiei de fuziune. Astfel, încă din anii 1987-1988, a fost lansat proiectul ITER care la origine a fost acronimul pentru **I**nternational **T**hermonuclear **E**xperimental **R**eactor. În limba latină *iter* înseamnă *calea* și odată cu aderarea la negocieri a mai multor entități politice a fost preferată această semnificație a denumirii proiectului, încât astăzi denumirea sa este "*ITER - calea spre o nouă energie*". La acest proiect participă astăzi 35 de națiuni (printre care și România) grupate în 7 entități politice: Uniunea Europeană, China, India, Japonia, Korea, Rusia și Statele Unite, fiind unul din cele mai mari și ambițioase proiecte de energie din istoria omenirii. Acest lucru dă o măsură atât a importanței realizării acestui obiectiv, cât și a eforturilor materiale și științifice foarte mari pe care le implică realizarea unui reactor termo-nuclear de fuziune. (Informații complete și actualizate despre ITER pot fi găsite pe web la <https://www.iter.org/>).

Soarele este un imens "reactor de fuziune" în care forța gravitațională produce confinarea plasmei datorită masei sale foarte mari. Confinarea plasmei într-un reactor de fuziune pe Pământ exclude din start luarea în considerare a forței gravitaționale datorită masei mici a plasmei de fuziune din reactor. Prin urmare trebuie găsit un alt mecanism care să producă confinarea plasmei, bazat pe folosirea unor configurații speciale de câmp magnetic. Temperaturile la care trebuie să ajungă o plasmă de fuziune sunt foarte mari (sunt comparabile cu cele din Soare), ceea ce creează de asemenea dificultăți majore. Provocările științifice și tehnice ridicate de construirea și exploatarea unui reactor de fuziune sunt imense și progresele realizate se datorează progreselor din mai multe domenii: fizică, tehnica de calcul, inginerie, matematică, prelucrarea informatică a datelor, tehnologia materialelor, chimie. Aceste domenii practic se întrepătrund în efortul de a controla plasma de fuziune.

Studiul plasmei de fuziune cuprinde foarte multe aspecte, astfel că literatura de specialitate este extrem de vastă. Problemele fizice sunt separate în mod tradițional în trei arii de bază: echilibrul și stabilitatea/ instabilitatea plasmei, încălzirea plasmei și transportul în plasmă. Există un consens general că dacă limitele de echilibru și stabilitate impuse de teoria MHD nu sunt satisfăcute, atunci se produce o rapidă

deconfinare a plasmei, ceea ce implică neîndeplinirea criteriului Lawson pentru plasma de fuziune, și prin urmare stingerea descărcării în plasmă. Condițiile impuse de teoria MHD sunt *necesare dar nu și suficiente*. Limitarea la teoria MHD a plasmei restrânge atât instrumentele de fizică folosite cât și clasa de fenomene pe care le putem descrie. Astfel, în cele ce urmează nu vom apela la mecanica cuantică și nici la cea relativistă. Printre procesele fizice importante în fizica plasmei de fuziune care nu pot fi abordate corespunzător în cadrul teoriei MHD sunt: radiația, încălzirea prin unde de radio-frecvență, microinstabilitățile, transportul anomal, comportarea particulelor α . În ciuda faptului că nu putem aborda atât de multe fenomene importante din plasma de fuziune, modelul MHD poate descrie cu acuratețe *efectul geometriei magnetice* asupra echilibrului și stabilității macroscopice a plasmei de fuziune și impune limitele cele mai drastice pentru realizarea confinării. Ea ne poate răspunde la câteva întrebări de bază: cum o anumită geometrie magnetică furnizează forțele necesare pentru a menține plasma în echilibru, de ce anumite geometrii magnetice sunt mai stabile decât altele la perturbații macroscopice, de ce configurațiile instalațiilor de fuziune au forme complicate precum tokamak, sferomak, stelataror?

Complexitatea fenomenelor fizice și a geometriei instalațiilor de fuziune face dificilă rezolvarea analitică a problemelor și impune cu necesitate folosirea codurilor de simulare numerică pentru rezolvarea problemelor de stabilitate. Simulările numerice se bazează însă pe modele teoretice bine fundamentate, care sunt în continuă dezvoltare.

Materialul expus în această lucrare este grupat în trei părți, care definesc etapele fundamentale în studiul instabilităților MHD: *echilibru, stabilitate, instabilitate*. În prima parte, *Teoria de echilibru MHD a unei plasme ideale*, sunt prezentate atât mărimile fizice și ecuațiile de bază pentru studiul echilibrului MHD, cât și o descriere calitativă a echilibrului plasmei în câteva configurații de câmp magnetic. Studiul unei configurații cilindrice circulare înaintea unei configurații generale este motivat de dorința formării unei intuiții cât mai bune a modului de rezolvare a sistemului de ecuații ce descriu comportarea fluidului de plasmă și definirea parametrilor și mărimilor fizice folosite în descrierea stării de echilibru a plasmei. În partea a doua, stabilitatea MHD ideală este studiată în aproximația liniară în perturbații a ecuațiilor fundamentale. Ca metode de studiu al condițiilor necesare pentru stabilitatea MHD ideală a fluidului de plasmă sunt descrise și utilizate principiul energiei și cel al modului normal. Ca model de calcul este utilizată din nou configurația cilindrică cu secțiune circulară de tip curent elicoidal (*screw-pinch*). În partea a treia sunt descrise calitativ câteva tipuri de instabilități și exemple de studiu cantitativ. Trebuie spus de la început că o clasificare și denumire a tipurilor de instabilități are un caracter mai mult didactic, căci ele se manifestă și interacționează între ele într-un mod dinamic și complex. Problemele abordate în lucrarea de față reprezintă doar o mică parte din cele care pot fi discutate în cadrul instabilităților MHD.

Pentru continuarea și aprofundarea studiului instabilităților MHD există multe cărți în literatura de specialitate, din care voi enumera câteva. Astfel sunt spre exemplu lucrările "clasice" ale lui Chandresekhar [10] și J.P. Freidberg [1], [2] asupra problemei stabilității. Există de asemenea lucrări cu abordări orientate spre problemele de fuziune și instabilități, precum [7], [28], [29], [33] alături de foarte multe articole publicate în jurnalele de specialitate.

I

**Teoria de echilibru MHD a
unei plasme ideale**

Capitolul 1

Modelul MHD ideal

1.1 Descrierea modelului MHD ideal

Modelul Magneto-Hidro-Dinamic (MHD) ideal furnizează o descriere unifluid a comportării macroscopice (de joasă frecvență și lungime de undă mare) a plasmei. O plasmă MHD ideală este un mediu fără vâscozitate, fără conductibilitate termică și de rezistivitate nulă.

Ecuatiile MHD ale plasmei sunt constituite din ecuațiile de mișcare a fluidului de plasmă și din ecuațiile electromagnetismului. Să prezentăm pe scurt ecuațiile ce descriu modelul MHD ideal.

Ecuatia de conservare a masei este

$$\frac{d\rho}{dt} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (1.1)$$

unde ρ este densitatea de masă a plasmei, \mathbf{v} este viteza fluidului de plasmă, iar

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \quad (1.2)$$

este derivata convectivă. Ecuatia (1.1) implică conservarea numărului de particule din plasmă, iar fenomene precum recombinarea ionică sau schimbul de sarcină nu sunt luate în considerare.

Ecuatia de mișcare pentru o plasmă de vâscozitate neglijabilă, neutră electric, plasată într-un câmp magnetic \mathbf{B} este descrisă prin ecuația de bilanț al impulsului

$$\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right) \mathbf{v} = \mathbf{j} \times \mathbf{B} - \nabla p \quad (1.3)$$

unde \mathbf{j} este densitatea de curent total (curentul de conducție plus curentul de magnetizare), iar p este presiunea plasmei care aici este presupusă izotropă. Această ecuație este cea mai importantă din MHD deoarece ea descrie echilibrul de forțe al plasmei. Din punct de vedere fizic membrul stâng reprezintă *forța inertială*, care este importantă în determinarea comportării dinamice a plasmei. Termenul $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ din membrul drept reprezintă forța câmpului magnetic folosit pentru confinarea plasmei.

Al doilea termen din membrul drept, ∇p , reprezintă forța gradient de presiune care face ca miezul fierbinte al plasmei să se extindă către exterior, adică duce la deconfinarea plasmei. Neglijarea vâscozității, care ar fi introdus un termen de disipare în membrul drept, este în concordanță cu neglijarea proceselor disipative în ecuația de conservare a energiei, vezi ecuația (1.9). În același timp, lipsa termenului de vâscozitate exclude considerarea fenomenelor de turbulență în plasmă.

Afirmația că ecuația (1.3) exprimă conservarea impulsului devine mai clară dacă scriem ecuația magneto-hidrodinamică de conservare a impulsului sub forma generală

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v_i) = -\frac{\partial}{\partial x_k}\Pi_{ik} \quad (1.4)$$

unde Π_{ik} este tensorul densitate a fluxului de impuls. Pentru o plasmă fără vâscozitate aflată în câmp magnetic Π_{ik} are expresia,

$$\Pi_{ik} = \left(p + \frac{B^2}{2\mu_0}\right)\delta_{ik} + \rho v_i v_k - \frac{1}{\mu_0}B_i B_k \quad (1.5)$$

Ecuația (1.4) se reduce la ecuația (1.3) dacă în ea ținem cont de (1.1). Pe lângă aceste ecuații, mai trebuie considerate și ecuațiile pre-Maxwell

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} \quad (1.6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.7)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.8)$$

Neglijarea în ecuația (1.6) a termenului datorat variației temporale a câmpului electric indică faptul că fenomenele electromagnetice pe care le avem în vedere în MHD sunt de joasă frecvență.

Din ecuațiile de conservare a energiei pentru ioni și electroni în care neglijem toți termenii sursă și pierdere (incluzând conductivitatea termică), ținând cont de ecuația de conservare a masei (1.1) și folosind ecuația de stare a plasmei (considerată ca un gaz perfect), rezultă ecuația de conservare a energiei în forma adiabatică

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{p}{\rho^{\gamma_0}}\right) = 0 \quad (1.9)$$

unde $\gamma_0 = 5/3$ este raportul căldurilor specifice. Încălzirea și răcirea plasmei au loc pe o scală de timp mult mai lentă (lungă) decât cea a magnetohidrodinamicii ideale.

La aceste ecuații trebuie adăugată legea lui Ohm, care pentru MHD rezistivă are forma

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \eta \mathbf{j} \quad (1.10)$$

iar pentru MHD ideală se reduce la

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = 0 \quad (1.11)$$

Această ipoteză de conductivitate perfectă aplicată în legea lui Ohm dă numele "ideal" în denumirea *model MHD ideal*.